ENSA
المدرسة الوطنية للعلوم التطبيقية بالجديدة
Ecole Nationale des Sciences Appliquées

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
EL JADIDA

جامعة شعيب الدكالي
Université Chouaib Doukkali

Concours d'accès à la première année du cycle ingénieur (session 17/07/2019)

Epreuve de Mathématiques (Durée 1h 45 min)

QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES

Lisez soigneusement les consignes ci-dessous :

- *Les formulaires, les calculatrices, les téléphones portables ainsi que tous les appareils électroniques ne sont pas autorisés.*
- *Ce QCM comporte 20 questions. Pour chaque question, une des quatre propositions* A , B , C , D *est correcte.*
- *Le candidat doit* ***mettre une croix*** *correspondante à la réponse choisie sur* ***la fiche des réponses***.
- **Barème** : Réponse juste = **2 point** ; Réponse fausse = **-1 point** ; Pas de réponse = **0 point**.

1. Soient $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$ deux applications telles que $g \circ f$ est surjective, où E, F et G sont des ensembles quelconques. Alors :

   A g est injective.
   B f est injective.
   C g est surjective.
   D f est surjective.

2. Soient $P(X) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 2X + 3$ et $Q(X) = X^4 - 2X^3 - 3X^2$ des polynômes de $\mathbb{R}[X]$. Notons D le pgcd de P et Q. Alors :

   A $D(X) = X - 1$.
   B $D(X) = X + 1$.
   C $D(X) = (X-3)(X+1)$.
   D $D(X) = (X-3)(X+1)^2$.

3. On considère un polynôme P non nul tel que :

$$P(X^2) + P(X+1)P(X) = 0.$$

   A Si a est une racine de P, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, a^{2n} et $(a-1)^{2n}$ sont aussi racines de P.
   B Si a est une racine de P, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, a^{2^n} et $(a-1)^{2^n}$ sont aussi racines de P.
   C Si a est une racine non nulle de P, a et $a+1$ sont des racines de l'unité.
   D Si P n'est pas constant, les racines de P sont 0, 1, $-j$ et $-\overline{j}$.

4. On considère la fraction rationnelle :

$$F(x) = \frac{1}{(X^2-1)(X+1)^2}.$$

   La décomposition en éléments simples de F est :

   A $F(X) = \frac{-\frac{1}{8}}{X-1} + \frac{-\frac{1}{8}}{X+1} + \frac{-\frac{1}{4}}{(X+1)^2} + \frac{-\frac{1}{4}}{(X+1)^3}$.
   B $F(X) = \frac{\frac{1}{8}}{X-1} + \frac{-\frac{1}{8}}{X+1} + \frac{-\frac{1}{4}}{(X+1)^2} + \frac{-\frac{1}{4}}{(X+1)^3}$.
   C $F(X) = \frac{\frac{1}{8}}{X-1} + \frac{-\frac{1}{8}}{X+1} + \frac{-\frac{1}{4}}{(X+1)^2} + \frac{\frac{1}{4}}{(X+1)^3}$.
   D $F(X) = \frac{\frac{1}{8}}{X-1} + \frac{\frac{1}{8}}{X+1} + \frac{-\frac{1}{4}}{(X+1)^2} + \frac{\frac{1}{4}}{(X+1)^3}$.

5. Parmi les familles ci-dessous, laquelle est une base de $\mathbb{R}^3$?
   A $\mathscr{A} = \{(1,1,2),\ (0,-1,1)\}$.
   B $\mathscr{B} = \{(1,1,2),(0,-1,1),(1,0,1)\}$.
   C $\mathscr{C} = \{(1,1,2),(0,1,1),(1,0,1)\}$.
   D $\mathscr{D} = \{(1,1,2),(0,-1,1),(1,0,1),(2,1,3)\}$.

6. Quelle est la valeur du déterminant

$$h = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

   A $h = -4$.
   B $h = 2$.
   C $h = 0$.
   D $h = 4$.

7. Soit l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$. On note $\mathfrak{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur (x, y, z) associe le vecteur $(x+3z, 0, y-2z)$.
   A $f(e_1) = e_1 + 3e_3,\ f(e_2) = 0,\ f(e_3) = e_2 - 3e_3$.
   B $\{e_2\}$ est une base de $\ker(f)$.
   C f est de rang 3 car E est de dimension 3.
   D $\{e_1,\ e_3\}$ est une base de $Im(f)$.

8. $\mathbb{R}^3$ est muni de sa base canonique $\mathscr{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$. Soit N une matrice carrée d'ordre 3 nilpotente d'indice 3, c'est-à-dire que $N^3 = 0$ et $N^2 \neq 0$. N est la matrice de $f \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^3)$ dans la base $\mathscr{B}$.
   A $N^3 = 0$ donc $N = 0$.
   B $\dim\ker(N) = 3$.
   C $\forall u \in \mathbb{R}^3,\ f^2(u) \neq 0$.
   D Il existe $u \in \mathbb{R}^3$ tel que $f^2(u) \neq 0$.

9. Soit $u \in \mathbb{R}^3$ tel que $f^2(u) \neq 0$.
   A $\mathbb{R}^3$ est de dimension 3, donc toute famille de 3 vecteurs de $\mathbb{R}^3$ est une base.
   B $\{f^2(u), f(u), u\}$ est une famille libre de $\mathbb{R}^3$.
   C $\{f^2(u), f(u), u\}$ n'est pas une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$.
   D Il existe une base de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de f est diagonale.

10. Soient H et K deux sous-espaces vectoriels supplémentaires d'un espace vectoriel E de dimension finie. Soit $\{e_1, e_2, \cdots, e_k\}$ une base de K, et $a \in H$.
    A $\dim(Vect\{e_1+a, e_2+a, \cdots, e_k+a\}) < k$.
    B $Vect\{e_1+a, e_2+a, \cdots, e_k+a\}$ est supplémentaire à H.
    C $Vect\{e_1+a, e_2+a, \cdots, e_k+a\} = K$.
    D On peut montrer que tout sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel de dimension finie admet au moins deux supplémentaires.

11. Soit $\alpha > 0$ et $u_n = \cos\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) - 1,\ \forall n \geq 1$. La série $\sum u_n$ converge si et seulement si

    A $\alpha > 1$ B $\alpha > \frac{1}{2}$ C $\alpha > 2$ D $\alpha > 0$.

12. Le développement asymptotique d'ordre 1 de la suite $u_n = \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n$ est donnée par :

    A $e^a - \frac{a^2 e^a}{n} + o(\frac{1}{n})$.

B $1-\frac{a^2e^a}{n}+o(\frac{1}{n^2})$.
C $\frac{a^2e^a}{n^2}+o(\frac{1}{n^2})$.
D $1-\frac{e^a}{n}+o(\frac{1}{n})$.

13. Soit f une fonction positive, bornée, de classe C^k sur $\mathbb{R}^+$, on pose $F(x)=\int_0^{+\infty} f(t)e^{-xt}dt$, alors sur $]0,+\infty[$, la fonction F est de classe

A C^k
B C^{k-1}
C C^∞
D C^{k+1}.

14. Soit f une fonction continue sur [0,1] à valeurs dans $\mathbb{R}$. Quelle est la limite de $I_n=\int_0^1 f\left(\frac{x^n}{n+1}\right)dx$

A $f(0)$
B $f(1)$
C 0
D $\int_0^1 f(x)dx$.

15. Pour $n\geq 2$, on définit $I_n=\int_0^{+\infty}\frac{dx}{1+x^n}$. Quelle fonction dominante nous permet d'utiliser le théorème de la convergence dominée

A $g(x)=1$.
B $g(x)=\begin{cases}1 & \text{Si } x\leq 2\\ \frac{1}{1+2^n} & \text{Si } x>2\end{cases}$
C $g(x)=\frac{2}{1+x^2}$
D $\begin{cases}1 & \text{Si } x\leq 1\\ 0 & \text{Si } x>1\end{cases}$.

16. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}^2$, on pose $I=\int\int_D f(x,y)dxdy$, où D est le disque fermé de centre $(0,0)$ et de rayon 1, l'intégrale I se ramène au calcul de

A $2\pi\int_0^1 rf(\sqrt{r})dr$
B $\int_0^1 f(r)dr$
C $\int_0^1 f(\sqrt{r})dr$
D $2\pi\int_0^1 rf(r)dr$

17. La fonction $f(x,y)=x^2+2xy+y^2$ présente en $(0,0)$

A un point selle
C un maximum local
B un minimum local.
D un point non critique.

18. Soit f une fonction continue, intégrable sur $\mathbb{R}_+$ et $F(x) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-xt}dt$ sa transformée de Laplace, La limite $\lim_{x\to+\infty} F(x)$ vaut

A 0
B $\lim_{t\to+\infty} f(t)$
C n'existe pas.
D $+\infty$.

19. On considère la série entière complexe de terme générale $u_n(z) = \frac{(z+1)^{2n}}{2^n}$, le domaine de convergence de cette série est

A Le disque ouvert de centre 0 et de rayon 2.
B Le disque fermé de centre -1 et de rayon $\sqrt{2}$.
C Le disque fermé de centre -1 et de rayon 2
D Le disque ouvert de centre -1 et de rayon $\sqrt{2}$.

20. Soit f une fonction à variable complexe, holomorphe sur le disque fermé de centre $(0,0)$ et de rayon $r > 0$. on note C_r le cercle de centre $(0,0)$ et de rayon r, alors l'intégrale $\int_{C_r^+} (f(z) + \frac{f(z)}{z})dz$ vaut

A $2\pi i(f(0) + f'(0))$
B 0
C $2\pi i f(0)$
D $\int_{C_r^+} f(z)dz$.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ **BONNE CHANCE** ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★